



# LOS MOVIMIENTOS DE LA GEOMETRÍA

GABRIEL CARDONA MARTA OTEIZA



XV Seminario nacional ESTALMAT  
Medina del Campo, 3-5 marzo



Universitat  
de les Illes Balears

# GEOGEBRA EN ESTALMAT



En Estalmat-IB hay dos sesiones dedicadas al uso de Geogebra:

- Geometría con geogebra
- Los movimientos de la geometría

Dichas sesiones se imparten en el primer curso.

# OBJETIVOS

# OBJETIVOS



1. Dar una pequeña idea de la historia de la geometría.
2. Descubrir los movimientos invariantes.
3. Resolver problemas utilizando los movimientos invariantes, con ayuda de Geogebra.
4. Descubrir las equivalencias y propiedades de los movimientos invariantes.

# DESARROLLO DE LA SESIÓN

# DESARROLLO DE LA SESIÓN



Dividimos la sesión en tres partes:

1. Introducción a la historia de la geometría y descubrimiento de los movimientos invariantes.
2. Resolución de problemas.
3. Propiedades y equivalencias de los movimientos invariantes.

# PARTE I: HISTORIA E INTRODUCCIÓN

# PARTE I: HISTORIA



¿De dónde viene la palabra GEOMETRÍA?

**GEO**METRÍA → TIERRA

GEO**METRÍA** → MEDIDA

LA GEOMETRÍA ESTUDIA LA MEDIDA DE LA TIERRA

# PARTE I: INTRODUCCIÓN



¿Qué elementos de la geometría conocéis?



# PARTE I: INTRODUCCIÓN



¿Qué elementos de la geometría conocéis?

Triángulo

Ángulo

Área

Cuadrado

Círculo

Perímetro

Polígono

Circunferencia

Rectas

Punto

Segmento

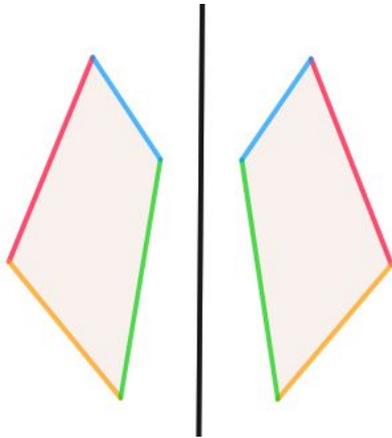
Diagonales

# PARTE I: INTRODUCCIÓN

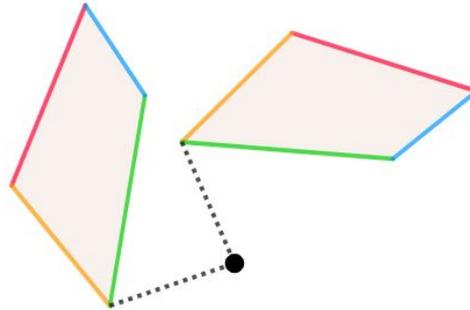


¿Qué movimientos conocéis? ¿Cuáles son invariantes?

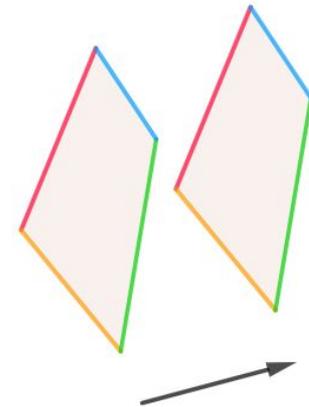
SIMETRÍAS



GIROS



TRANSLACIONES



## PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## GEOGEBRA

### Moviments Estalmat 21-22

Únete a la lección en [www.geogebra.org/classroom/uvud3jks](http://www.geogebra.org/classroom/uvud3jks) 

o ingresa este código en [www.geogebra.org/classroom](http://www.geogebra.org/classroom)

# UVUD 3JKS

# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## GEOGEBRA

### Vista general de la lección

Riu i Cavall

Carretera

Quadrat i recta

Dues reflexions fan...

...un gir

I com construir un gir?

Sempre surten girs?

Tres simetries són suficients

# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## GEOGEBRA: EVOLUCIÓN

**Tarea 5**

**MARIO**

5 de 8

**Tarea 3**

**Martí**

5 de 8

**Tarea 5**

**Angel**

5 de 8

**Tarea 5**

**Deolinda**

5 de 8

**Tarea 6**

**Vivian Luna**

5 de 8

**Tarea 5**

**Lluís Reyes ????**

5 de 8

**Tarea 5**

**Alejandro**

5 de 8

**Tarea 3**

**Pau**

3 de 8

# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



TRES PROBLEMAS:

- Río y caballo
- Carretera
- Recta y cuadrado

# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## RÍO Y CABALLO:

Un caballo y un jinete que están situados en el punto R, quieren volver al campamento, al punto C, pero antes, el caballo necesita beber agua en el río. Si C y R están situados en el mismo lado del río, ¿podrías dibujar cuál sería la ruta más corta que tendríais que seguir?



*l*

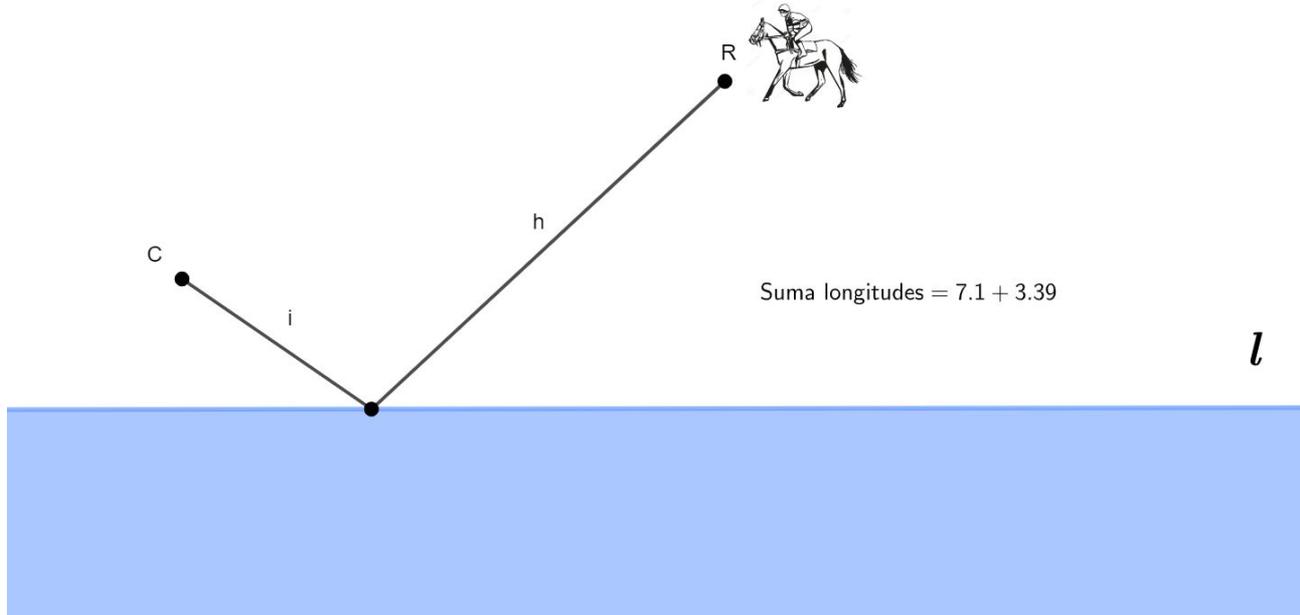


# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## RÍO Y CABALLO:

Un caballo y un jinete que están situados en el punto R, quieren volver al campamento, al punto C, pero antes, el caballo necesita beber agua en el río. Si C y R están situados en el mismo lado del río, ¿podrías dibujar cuál sería la ruta más corta que tendríais que seguir?



# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

RÍO Y CABALLO:

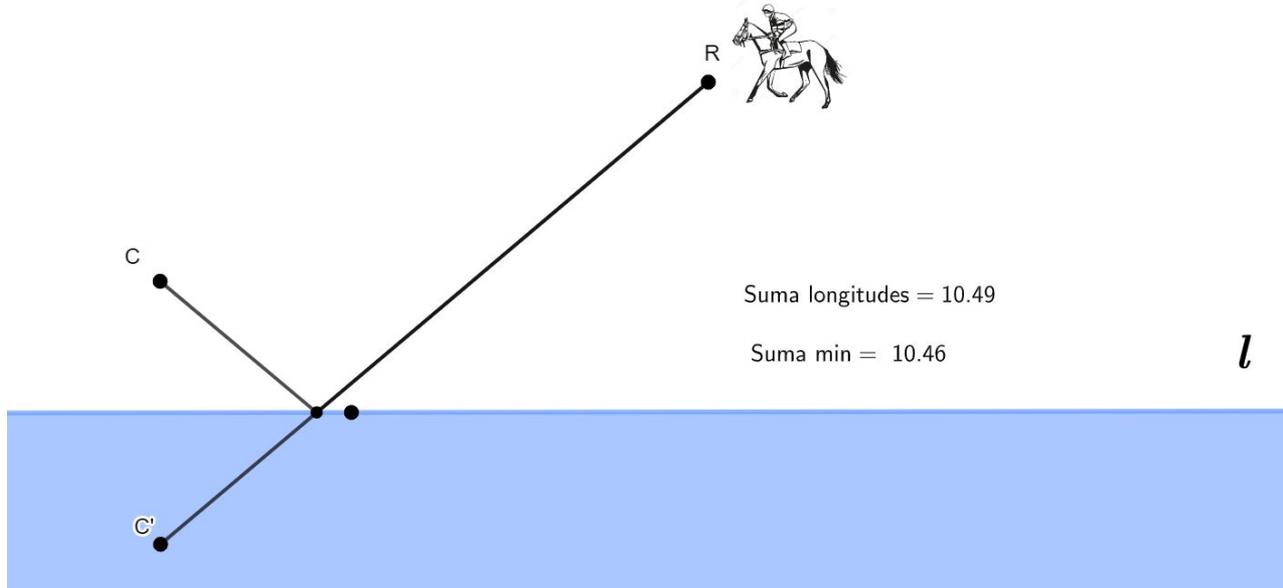


# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## RÍO Y CABALLO:

Un caballo y un jinete que están situados en el punto R, quieren volver al campamento, al punto C, pero antes, el caballo necesita beber agua en el río. Si C y R están situados en el mismo lado del río, ¿podrías dibujar cuál sería la ruta más corta que tendríais que seguir?

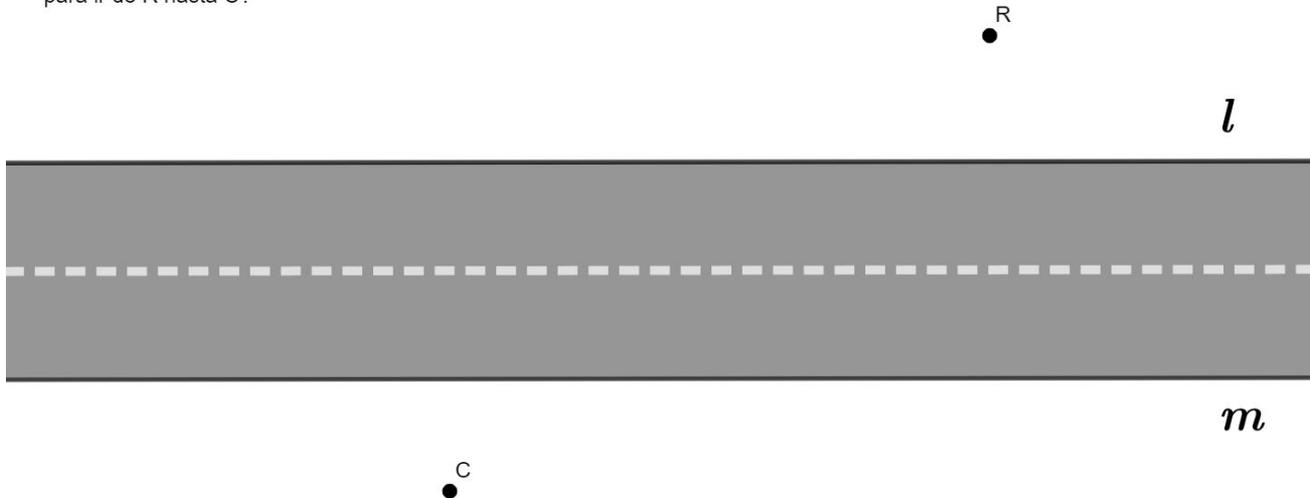


# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## CARRETERA:

Una carretera está limitada por dos líneas paralelas  $l$  y  $m$ . Nosotros estamos situados en el punto  $R$ , y queremos llegar al punto  $C$ , situado en la otra parte de la carretera. Ya sabemos que para ir el menor tiempo posible por la carretera, la tenemos que cruzar en dirección perpendicular. ¿Sabrías dibujar el camino más corto que tendríamos que hacer para ir de  $R$  hasta  $C$ ?



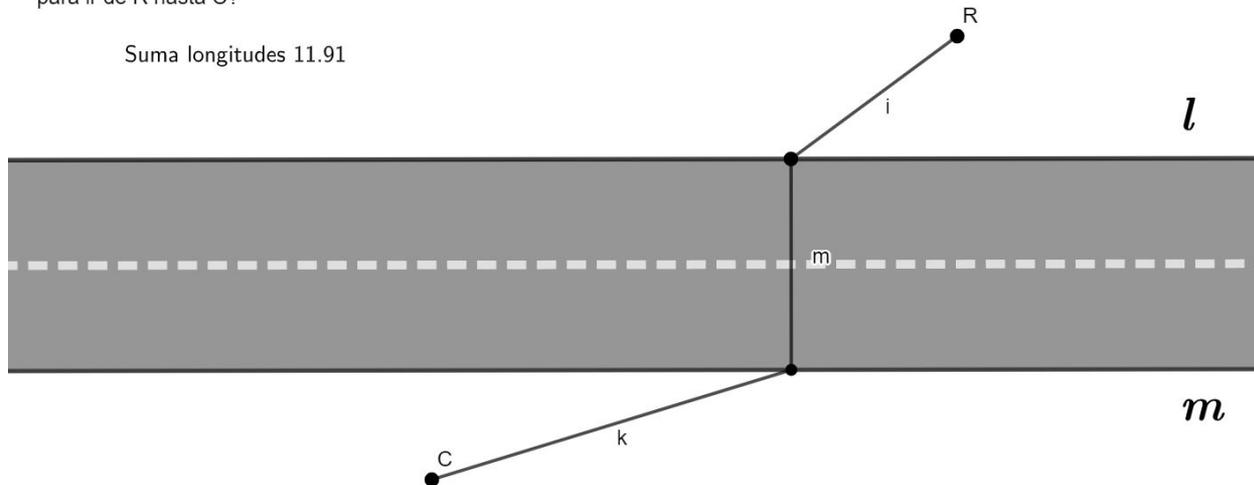
# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## CARRETERA:

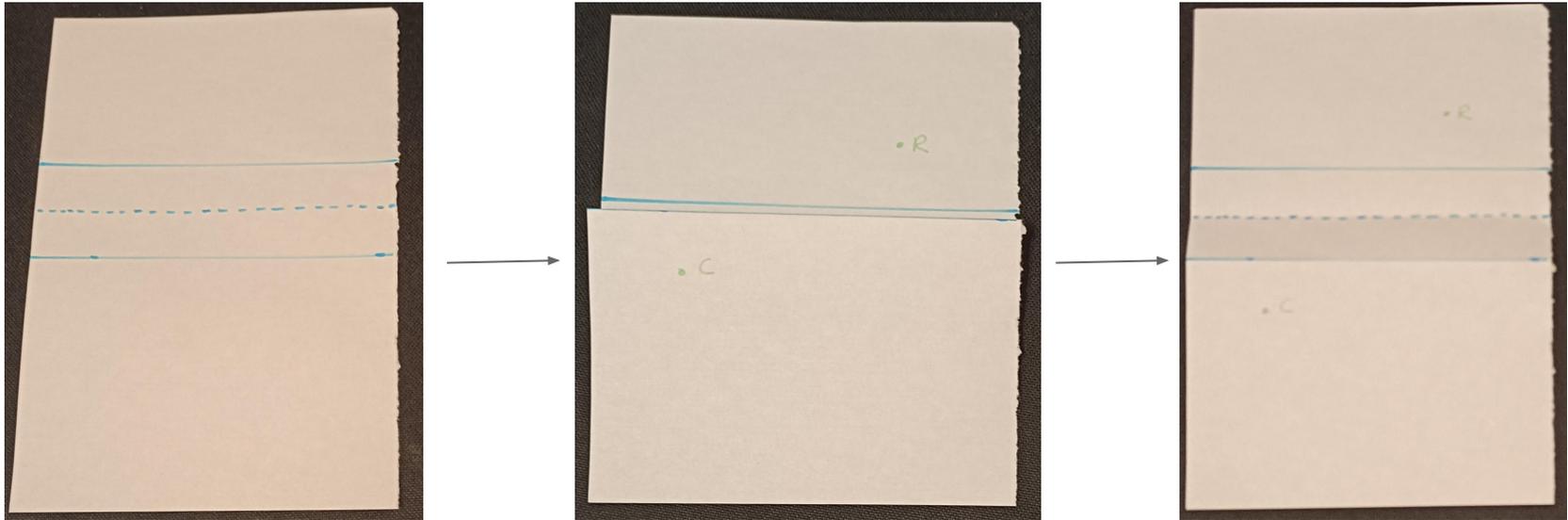
Una carretera está limitada por dos líneas paralelas  $l$  y  $m$ . Nosotros estamos situados en el punto  $R$ , y queremos llegar al punto  $C$ , situado en la otra parte de la carretera. Ya sabemos que para ir el menor tiempo posible por la carretera, la tenemos que cruzar en dirección perpendicular. ¿Sabrías dibujar el camino más corto que tendríamos que hacer para ir de  $R$  hasta  $C$ ?

Suma longitudes 11.91



# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

CARRETERA:



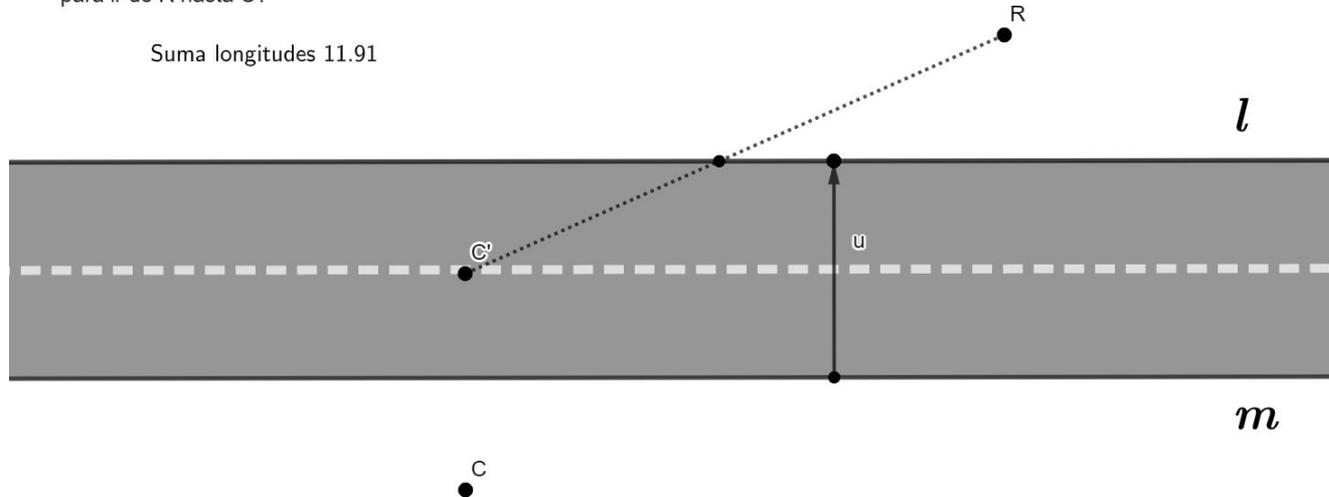
# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## CARRETERA:

Una carretera está limitada por dos líneas paralelas  $l$  y  $m$ . Nosotros estamos situados en el punto  $R$ , y queremos llegar al punto  $C$ , situado en la otra parte de la carretera. Ya sabemos que para ir el menor tiempo posible por la carretera, la tenemos que cruzar en dirección perpendicular. ¿Sabrías dibujar el camino más corto que tendríamos que hacer para ir de  $R$  hasta  $C$ ?

Suma longitudes 11.91



# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

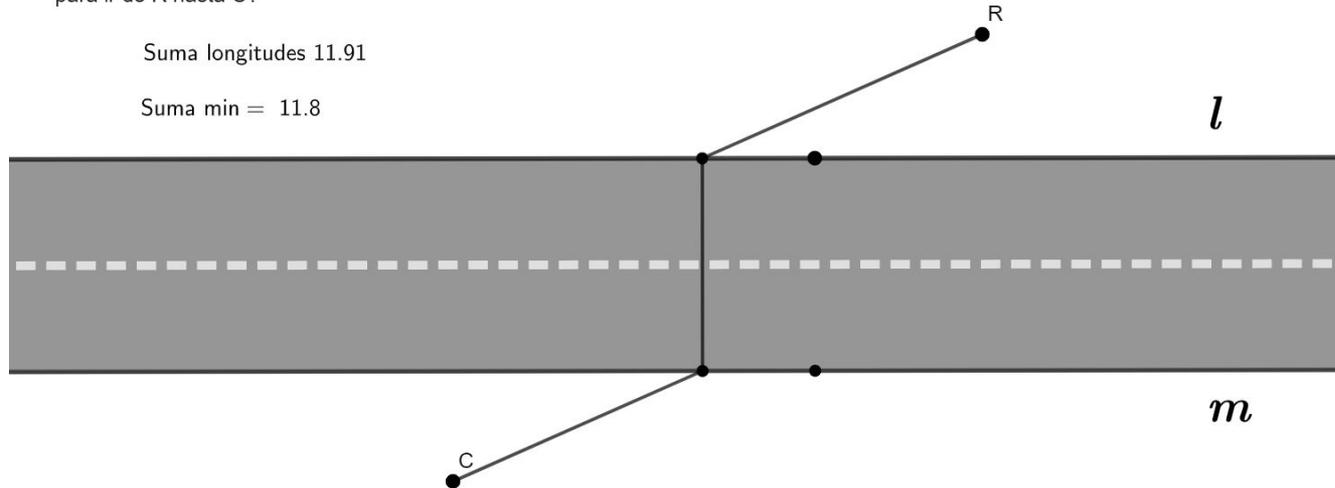


## CARRETERA:

Una carretera está limitada por dos líneas paralelas  $l$  y  $m$ . Nosotros estamos situados en el punto  $R$ , y queremos llegar al punto  $C$ , situado en la otra parte de la carretera. Ya sabemos que para ir el menor tiempo posible por la carretera, la tenemos que cruzar en dirección perpendicular. ¿Sabrías dibujar el camino más corto que tendríamos que hacer para ir de  $R$  hasta  $C$ ?

Suma longitudes 11.91

Suma min = 11.8

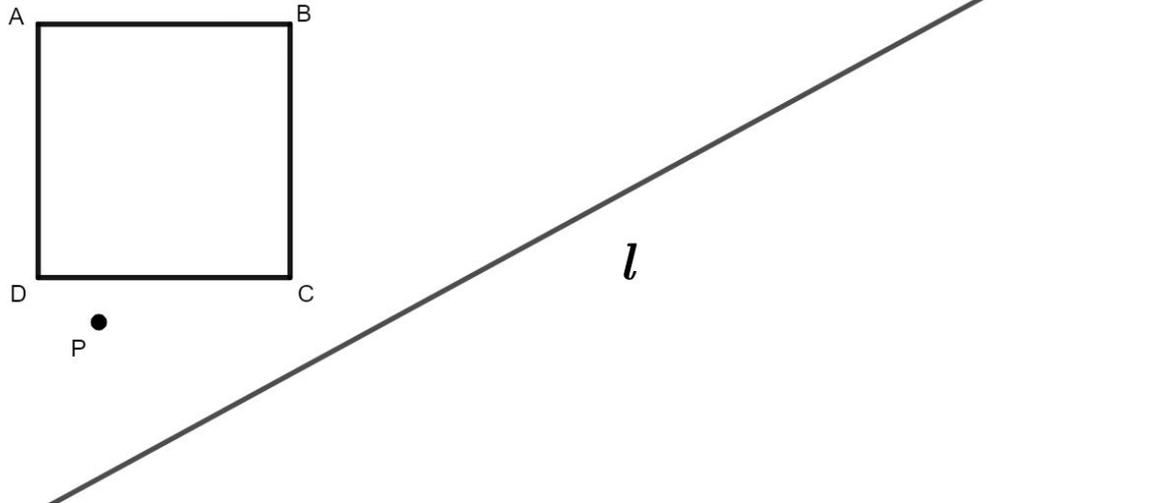


# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## RECTA Y CUADRADO:

Observa el siguiente cuadrado ABCD, la recta  $l$ , y el punto P. Encuentra las coordenadas  $(X,Y)$ , tales que X esté encima de uno de los lados del cuadrado, Y sobre la recta y que P sea el punto medio del segmento XY.



# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



RECTA Y CUADRADO:

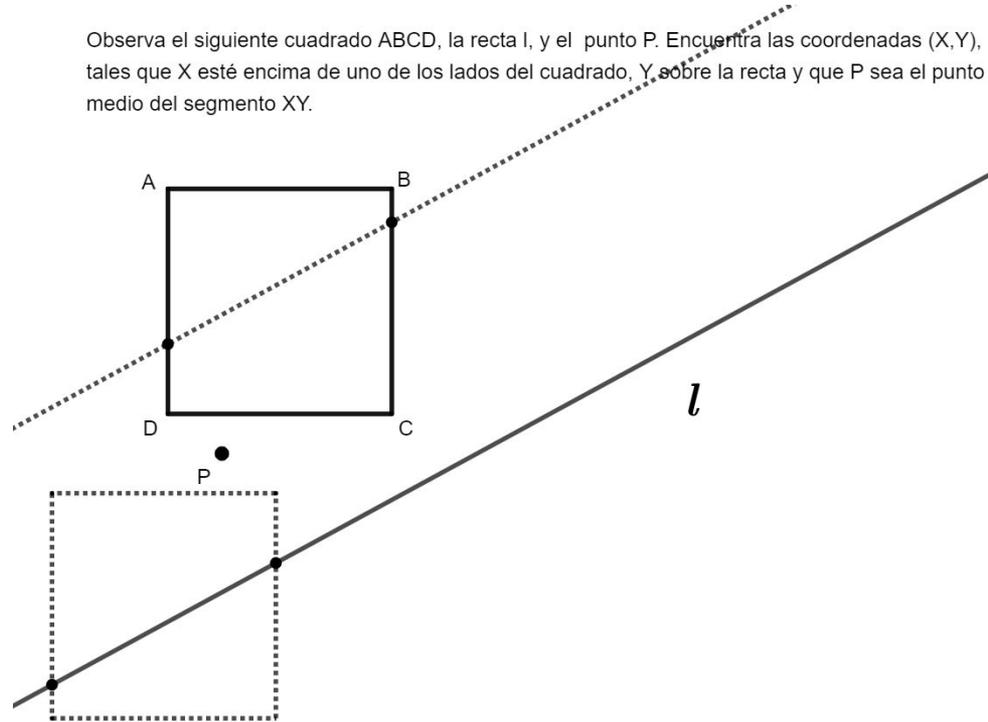


# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## RECTA Y CUADRADO:

Observa el siguiente cuadrado ABCD, la recta  $l$ , y el punto P. Encuentra las coordenadas  $(X,Y)$ , tales que X esté encima de uno de los lados del cuadrado, Y sobre la recta y que P sea el punto medio del segmento XY.

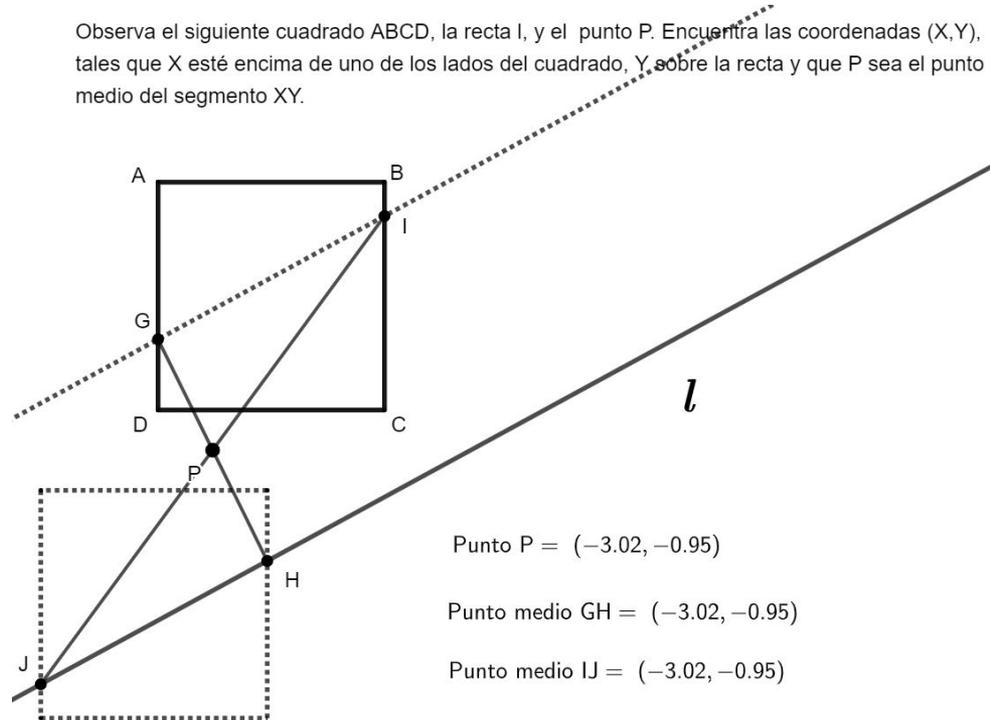


# PARTE II: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



## RECTA Y CUADRADO:

Observa el siguiente cuadrado ABCD, la recta  $l$ , y el punto P. Encuentra las coordenadas (X,Y), tales que X esté encima de uno de los lados del cuadrado, Y sobre la recta y que P sea el punto medio del segmento XY.



Punto P =  $(-3.02, -0.95)$

Punto medio GH =  $(-3.02, -0.95)$

Punto medio IJ =  $(-3.02, -0.95)$



# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS

# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS

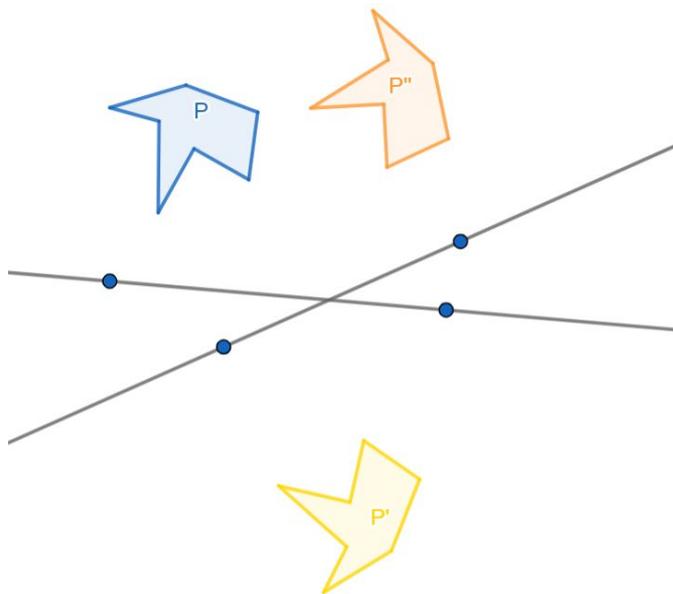


Dos simetrías axiales son equivalentes a un giro.

# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS



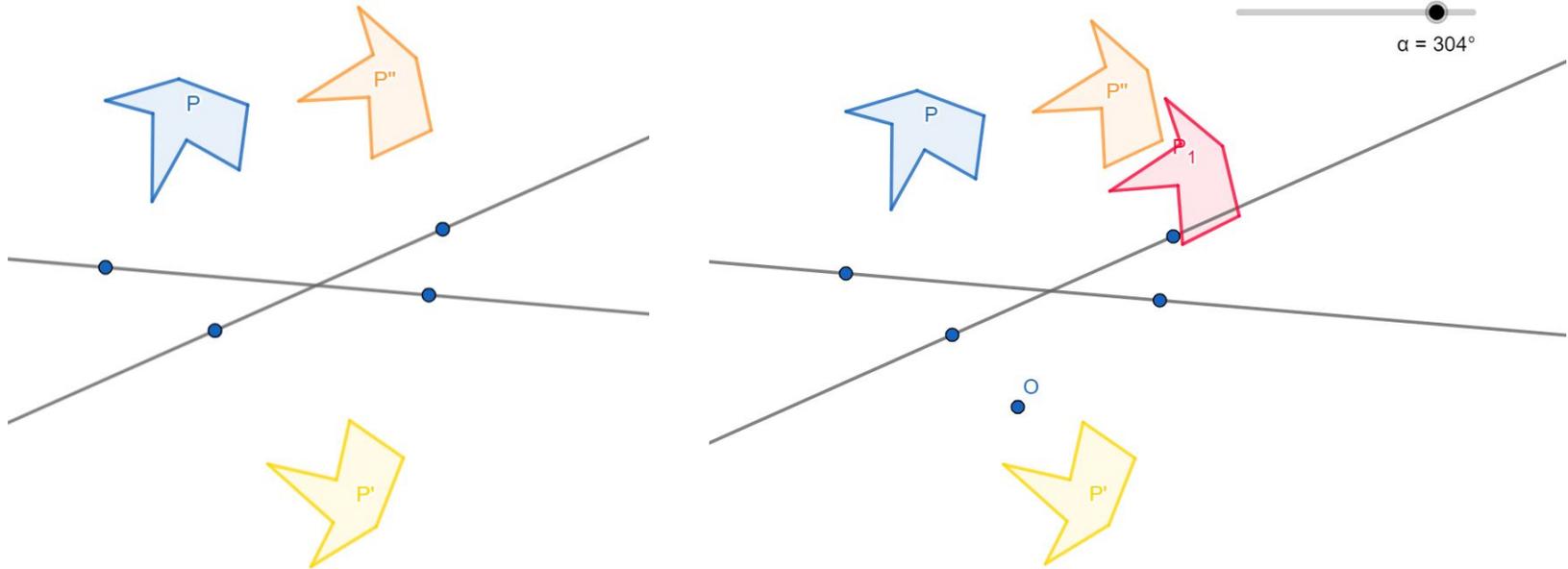
Dadas las dos simetrías, ¿cómo construimos el giro?



# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS



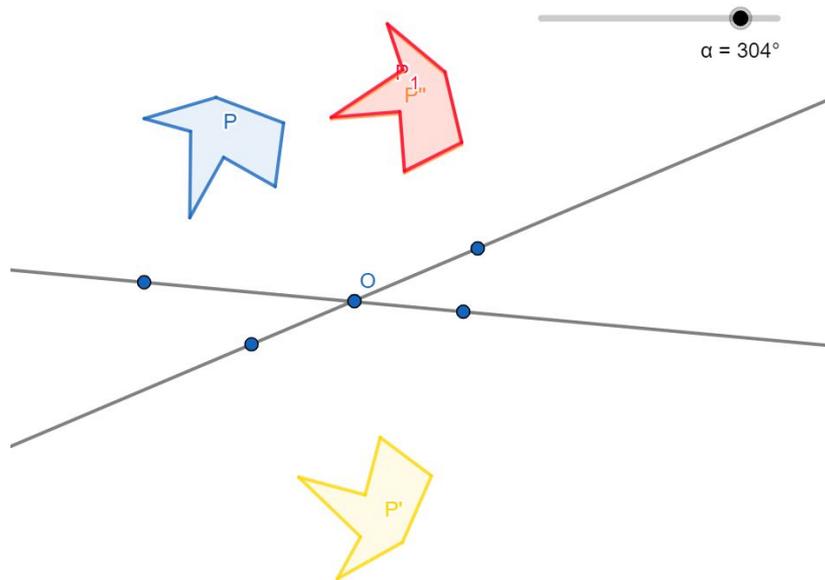
Dadas las dos simetrías, ¿cómo construimos el giro?



# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS



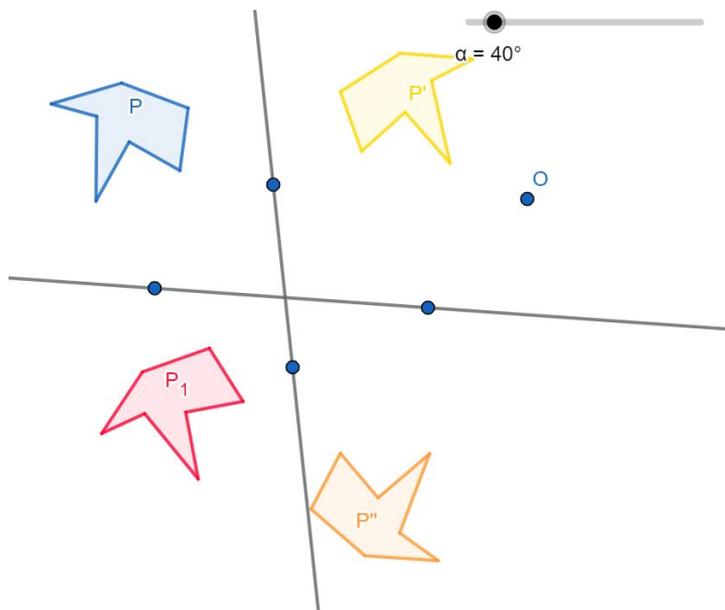
Dadas las dos simetrías, ¿cómo construimos el giro?



# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS



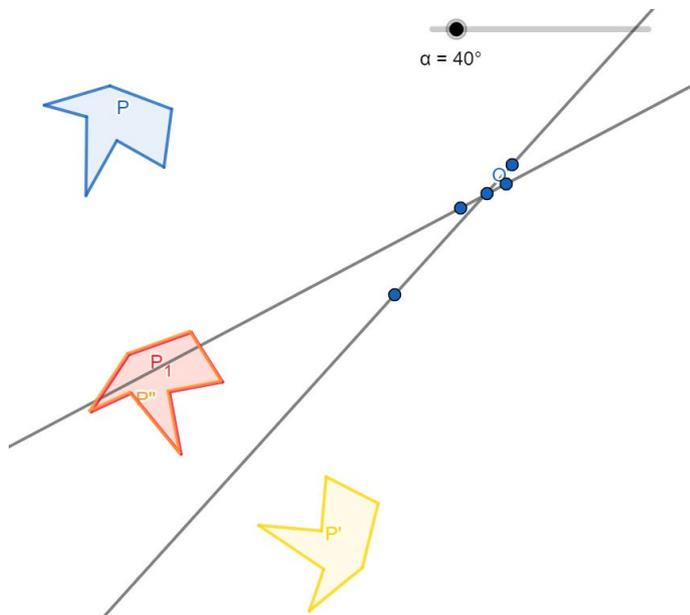
Dado el giro, ¿cómo hay que colocar los ejes de simetría?



# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS



Dado el giro, ¿cómo hay que colocar los ejes de simetría?



# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS



# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS



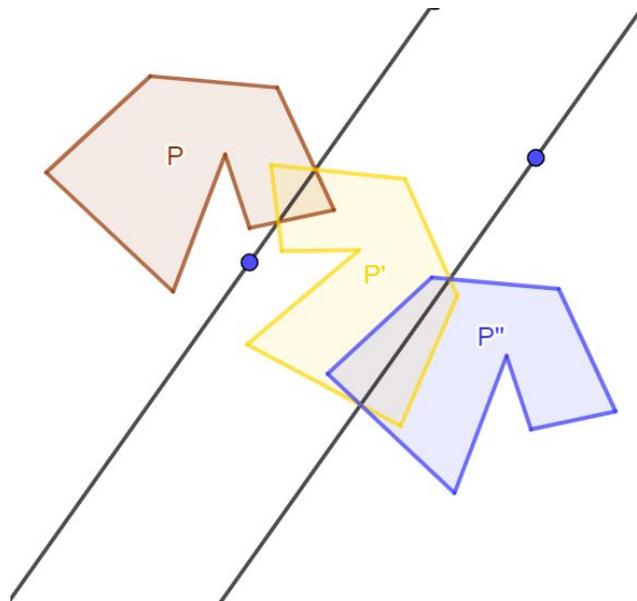
¿Siempre que aplicamos dos simetrías sale un giro?

¿Qué pasa si los ejes de simetría son dos rectas paralelas?

# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS



¿Siempre que aplicamos dos simetrías sale un giro?



# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS

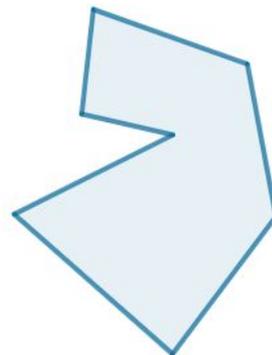
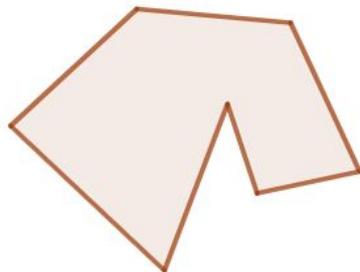


Cualquier transformación en el plano que conserve las distancias se puede poner como composición de dos o tres simetrías axiales.

# PARTE III: PROPIEDADES Y EQUIVALENCIAS



A continuación tenemos dos figuras “iguales”, por tanto, se pueden transformar una en la otra haciendo tres simetrías, ¿las sabrías encontrar?



# CONCLUSIONES

# CONCLUSIONES



1. Aprenden a utilizar nuevas funciones de Geogebra.
2. Descubren los movimientos invariantes de la geometría y sus propiedades de manera manipulativa.
3. Trabajan la resolución de problemas con ayuda de los giros, simetrías y traslaciones.
4. Se trabajan diferentes técnicas para llegar a las equivalencias entre los movimientos invariantes.



¡GRACIAS POR VUESTRA ATENCIÓN!